

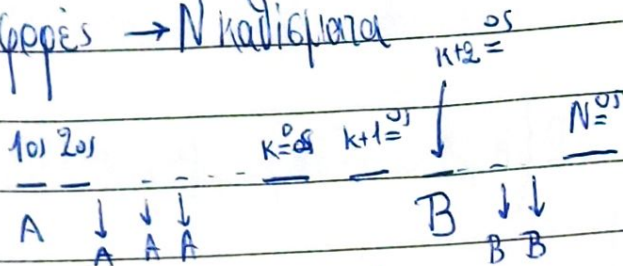
7/1/20 Καλή Χρόνια

Πυθαγόρας 1

Ασκ 4

Προσοχή!!! Η σειρά δεν είναι η ίδια!

$N$  γόγγυς  $\rightarrow N$  καθίσματα



$2(N-2)!(N-k-1)$

μετάθεση

μετακινήσεις του μπλοκ (A...B) από την (k+2) θέση για την B μέχρι την N-9 θέση για την B.

$A \dots B$   
 $B \dots A$

Ασκ 5

α) κανένας Περιορισμός  $\rightarrow 8!$

β) Ανδ. και Γυναίκα  $\rightarrow 2 \times 4! \times 4!$

ΑΓΑΓΑΓΑΓ

ΓΑΓΑΓΑΓΑ

γ) ΑΑΑΑΓΓΓΓ  $\rightarrow 2 \times 4! \times 4!$   
ΓΓΓΓΑΑΑΑ

πολλαπλασιάζω τον πρώτο του 4 γυναικών αντιστρέφω τους άνδρες

δ) Όλες οι γυναίκες σε εναλλακτικές θέσεις  $\rightarrow 5 \times 4! \times 4!$   
↑ Γυναίκες ↑ Ανδρες



ΓΓΓΓΑΑΑΑ  
ΑΓΓΓΓΑΑΑ

Ασκ. 243 ✓

Νομίσματα

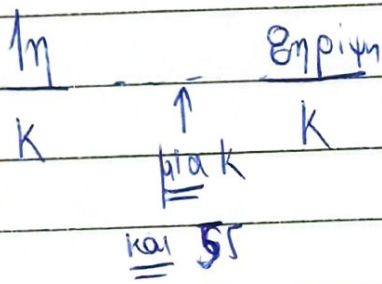
$$P(k) = \frac{1}{3}$$

→ ρίχνεται μέχρι να εμφανιστεί η 3η K

P (8 ρίψεις)  
αν είναι  
πρώτο 01  
όταν ~~ρ~~ 1η ρίψη  
εμφανιστεί k

$$P(k, 1 \text{ και } 5\Gamma, k) = P(\underbrace{\pi, x}_m \text{ k k r r r r r k})$$

$$= P(k) \cdot P(k) P(r) P(r) \cdot P(r) P(r) P(r) \cdot P(k)$$



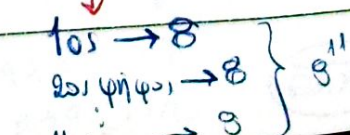
$$= 6 \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \left(\frac{2}{3}\right)^5 \times \left(\frac{1}{3}\right)$$

στην 6η  
που μετατρέπεται  
η μία κορυφή  
μεταξύ 9η και 7η ρίψης

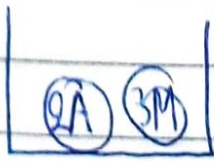
Ασκ. 294 ✓

8 τμήματα του Πρωτότυπου → 11 ψηφίους (και)

$$P(\text{Σ' ένα συγκεκριμένο Τμήμα να πάρει 3 ψηφίους}) = \frac{7^8 \times \binom{11}{3}}{8^{11}}$$



Ασκ. 2.96 ✓



Δεν μπορεί να 'χω ανεξαρτησία

Παικτες Π<sub>1</sub>, Π<sub>2</sub> χωρίς επανάθεση με τη σειρά αυτή

Κερδίζει το παιχνίδι ο παίκτης που θα τραβήξει πρώτη Άβερτη

$$P(\text{Π}_1 \text{ νικητής}) = P(\text{ο Π}_1 \text{ να τραβήξει πρώτος άβερτη μπάλα}) = P(A \text{ ή } MMA) \text{ ~~AA~~MM} \\ = P(A) + P(MMA) \frac{P(A|MM)}{\text{κανόνας}} + P(M) \cdot P(M|M) \cdot P(A/MM)$$

↓ τελευταίος οι μπάλες οι παίκτη έχω μόνο 3

$$= \frac{2}{5} + \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} \cdot \frac{2}{3} = \frac{3}{5}$$

Ασκ. 2.98 ✓

$$P(\text{πεύχει}) = \left(\frac{1}{2}\right)^{k+1}, \quad k=0,1,2, \dots$$

k = παριστά πλήθος των βόχων που έχει ήδη επύχει

$$P(\text{Ποια η πιθανότητα να πεύχει τουλάχισ. δύο}) = P(\text{να πεύχει δύο από τους τρεί, ή και τους τρεί})$$

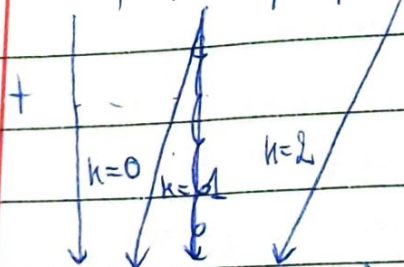
$$= P(A_1 A_2 \bar{A}_3 \text{ ή } A_1 \bar{A}_2 A_3 \text{ ή } \bar{A}_1 A_2 A_3 \text{ ή } A_1 A_2 A_3) - P(A_1 A_2 \bar{A}_3) + \dots$$

Εδώ  $A_i = \{\text{πεύχεται τον } i\text{-βόχο}\}$

i = 1, 2, 3



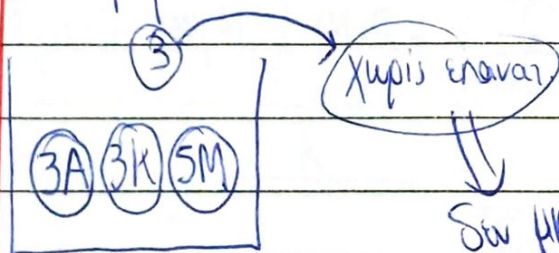
$$= P(A_1) P(A_2/A_1) P(\bar{A}_3/A_1 A_2) + P(A_1) P(\bar{A}_2/A_1) P(A_3/A_1 \bar{A}_2) +$$



$$= \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 \left(1 - \left(\frac{1}{2}\right)^3\right) + \dots = \frac{9}{32}$$

Παράδειγμα 3

Αύξηση 6



A → +1

K → -1

M → 0

Δώω μισό  
να υποδείξω  
την αύξηση

Έστω γ.μ.  $X \equiv$  κέρδος

~~α) Τιμές~~

~~β) 6.π~~

~~γ) 0.6.κ~~

δ)  $P(\text{κέρδιζει χρήματα})$

ε)  $P(\text{κέρδιζει } i\text{-ευρώ} / \text{έχει κέρδιζει})$

$E(X) = ?$   $\text{Var}(X) = ?$

α) Εφαρμόζονται από 21 μπόνους θα επιλεγούν

Κέρδος X	-3	-2	-1	0	1	2	3
Αποτελέσματα	3K	2K κ' 1M	2K κ' 1A κ' 1K	1A κ' 1K κ' 1M κ' 3M			3A

$$β) P_x(-3) = P(X=-3) = P(3K) = \frac{\binom{3}{3}}{\binom{11}{3}} = P(3A) = P(X=3) = P_x(3)$$

$$P_x(-2) = P(X=-2) = P(2K κ' 1M) = \frac{\binom{3}{2} \cdot \binom{5}{1}}{\binom{11}{3}} = P_x(2)$$

$$P_x(-1) = P_x(1) = \frac{39}{165}$$

$$P_x(0) = \frac{55}{165}$$

Άρα, 
$$P_x(x) = \begin{cases} \frac{39}{165}, & x = -1, 1 \\ \frac{15}{165}, & x = -2, 2 \\ \frac{1}{165}, & x = -3, 3 \\ \frac{55}{165}, & x = 0 \end{cases}$$

$$δ) P(\text{κερδίζει}) = P(X=1 \text{ ή } X=2 \text{ ή } X=3) = \frac{39}{165} + \frac{15}{165} + \frac{1}{165} = \boxed{\frac{55}{165}}$$

$$ε) ~~P_x(0) = \frac{55}{165}~~ \quad P(i\text{-ευρώ/κέρδ}) = \frac{P(i\text{-ευρώ κ κέρδ})}{P(\text{κερδίζει})}, \quad i = 1, 2, 3$$