7/1/20 Καλή Χρονιά

Φυλλάδιο 1

Ασκ 4.

Προσοχή!!! Η τριάδα δεν είναι η ίδια!

N φορές → N καθίσματα

$1^{ος}$ $2^{ος}$ ... $k=^{ος}$ $k+1=^{ος}$ $k+2=^{ος}$ ... $N=^{ος}$

A ↓A ↓A ↓A ... B ↓B ↓B

$2(N-2)!\,(N-k-1)$

A _ k _ B
ή
B _ k _ A

μετάθεση

μετακινήσεις του μπλοκ (A k B) από την (k+2) θέση για την B μέχρι την N-θέση για την B.

Ασκ 5

α) Κανένας Περιορισμός → 8!

β) Ανδ. και Γυναίκα → $2 \times 4! \times 4!$

ΑΓΑΓΑΓΑΓ
ή
ΓΑΓΑΓΑΓΑ

γ) ΑΑΑΑΓΓΓΓ → $2 \times 4! \times 4!$
ή
ΓΓΓΓΑΑΑΑ

δ) Όλες οι γυναίκες σε διαδοχικές θέσεις → $5 \times 4! \times 4!$

τοποθέτηση του μπλοκ των 4 γυναικών ανάμεσα στους άνδρες

Γυναίκες Άνδρες

ΓΓΓΓΑΑΑΑ
ή
ΑΓΓΓΓΑΑΑ
ή

SKAG

Ασκ. 2.43

Νομισμα

$P(K) = \frac{1}{3}$

→ ρίχνεται μέχρι να εμφανιστεί η 3η Κ.

$P\left(\begin{matrix}\text{8 ρίψεις} \\ \text{αν είναι γνωστό ότι στην 1η ρίψη εμφανίστηκε Κ}\end{matrix}\right) = P(K, \text{1 και } 5\Gamma, K) = P\left(\begin{matrix}\text{π.χ. ΚΚΓΓΓΓΓΚ} \\ \text{ή } \ldots\end{matrix}\right)$

$\stackrel{\text{ανεξ.}}{=} P(K) \cdot P(K) P(\Gamma) P(\Gamma) \cdot P(\Gamma) P(\Gamma) P(\Gamma) \cdot P(K)$

$+ \ldots$

$+ \ldots$

1η	...	8η ρίψη
Κ	μια Κ και 5Γ	Κ

$= 6 \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \left(\frac{2}{3}\right)^5 \times \left(\frac{1}{3}\right)$

οι τρόποι που μετακινείται η μια κορώνα μεταξύ 2ης και 7ης θέσης

Ασκ. 2.94

8 τμήματα του ~~Παν~~/ρίου → 11 ψήφους (εκλογικά κέντρα)

$P\left(\begin{matrix}\text{Σ' ένα συγκεκριμένο Τμήματα} \\ \text{να πάρει 3 ψήφους}\end{matrix}\right) = \frac{7^8 \times \binom{11}{3}}{8^{11}}$ (και)

(11 ψήφοι)

Τμ.1 ... Τμ.8 ή

1ος → 8
2ος ψήφος → 8
11ος → 8

$\Big\} 8^{11}$

SKAG

Ασκ. 2.9.6

(2Α) (3Μ)

Δεν μπορώ να 'χω αντίφρησια

Παίκτης Π_1, Π_2 χωρίς επανάθεση με τη σειρά αυτή

Κερδίζει το παιχνίδι ο παίκτης που θα τραβήξει πρώτη Άσπρη

$$P(\Pi_1 \text{ νικητής}) = P\left(\begin{array}{c}\text{ο } \Pi_1 \text{ να τραβήξει} \\ \text{πρώτος άσπρη} \\ \text{μπάλα}\end{array}\right) = P(\text{Α ή } \overset{\Pi_2}{\text{ΜΜΑ}}) \text{ ΑΑ } \cancel{\text{Μ}}\text{ΜΜ}$$

τελειώνουν οι μπάλες οι μαύρες έχω μόνο 3

$$= P(A) + P(MMA) \underset{\text{κανόνας}}{\overset{\text{πολ/μού}}{=}} \frac{2}{5} + P(M) \cdot P(M/M)\, P(A/MM)$$

$$= \frac{2}{5} + \frac{3}{5}\,\frac{2}{4}\,\frac{2}{3} = \boxed{\frac{3}{5}}$$

Ασκ. 2.9.8

$$P(\text{πετύχει}) = \left(\frac{1}{2}\right)^{k+1}, \quad k = 0, 1, 2, \ldots$$

k = παριστά πλήθος των στόχων που έχει ήδη επιτύχει

$$P\left(\begin{array}{l}\text{Ποια η πιθανότητα} \\ \text{να πετύχει τουλαχ. δύο}\end{array}\right) = P\left(\begin{array}{l}\text{να πετύχει δύο από τους τρεις} \\ \text{ή και τους τρεις}\end{array}\right)$$

$$= P(A_1 A_2 \bar{A}_3 \text{ ή } A_1 \bar{A}_2 A_3 \text{ ή } \bar{A}_1 A_2 A_3 \text{ ή } A_1 A_2 A_3) = P(A_1 A_2 \bar{A}_3) + \ldots$$

Έστω $A_i = \{\text{πετυχαίνει τον } i\text{-στόχο}\}$

$i = 1, 2, 3$

$$= P(A_1)P(A_2/A_1)P(\bar{A}_3/A_1A_2) + P(A_1)P(\bar{A}_2/A_1)P(A_3/A_1\bar{A}_2) +$$

$$+ \ldots$$

k=0 k=1 k=2

$$= \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(1-\left(\frac{1}{2}\right)^3\right) + \ldots = \boxed{\frac{9}{32}}$$

Φυλλάδιο 3

Ασκηση 6

3 → Χωρίς επανατ.
⇓
δεν μπορώ να υποθέσω την ανεξαρτησία

3A 3K 5M

$A \to +1$

$K \to -1$

$M \to 0$

Εστω τ.μ $X \equiv$ κέρδος

~~α)~~ Τιμές

~~β)~~ σ.π

~~γ)~~ α.σ.κ

δ) P(κερδίσει χρήματα)

ε) P(κερδίσει 1-ευρώ / έχει κερδίσει)

$E(X) = ?$ $Var(X) = ?$

α) Εξαρτάται από τι μπάλες θα επιλεγούν

Κέρδος X	-3	-2	-1	0	1	2	3
Αποτέλεσμα	3Κ	2Κ κ' 1Μ	2Κ ή 1Α ή 1Κ	1Α κ' 1Κ κ' 1Μ ή 3Μ			3Α

β) $P_X(-3) = P(X=-3) = P(3K) = \dfrac{\binom{3}{3}}{\binom{11}{3}} = P(3A) = P(X=3) = P_X(3)$

$P_X(-2) = P(X=-2) = P(2K \text{ κ' } 1M) = \dfrac{\binom{3}{2}\binom{5}{1}}{\binom{11}{3}} = P_X(2)$

$P_X(-1) = P_X(1) = \dfrac{39}{165}$

$P_X(0) = \dfrac{55}{165}$

Άρα, $P_X(x) = \begin{cases} \dfrac{39}{165}, & x=-1,1 \\ \dfrac{15}{165}, & x=-2,2 \\ \dfrac{1}{165}, & x=-3,3 \\ \dfrac{55}{165}, & x=0 \end{cases}$

δ) $P(\text{κερδίσει}) = P(X=1 \text{ ή } X=2 \text{ ή } X=3) = \dfrac{39}{165} + \dfrac{15}{165} + \dfrac{1}{165} = \boxed{\dfrac{55}{165}}$

ε) $\cancel{P_X(0) = \dfrac{55}{165}}$ $P(i\text{-ευρώ}/\text{κερδ}) = \dfrac{P(i\text{-ευρώ κ' κερδίσει})}{P(\text{κερδίσει})}, \ i = 1,2,3$